

Petit calcul de l'improbable

«A long terme, la réalisation d'un évènement improbable tend vers la certitude.»

Jean Largeault

Une histoire très singulière m'est personnellement arrivée. Ma femme et moi attendions à la gare de Bordeaux l'arrivée d'un véhicule pour profiter d'un voyage en covoiturage. Nous avons contacté la personne qui conduisait, qui s'appelait Audrey, et nous savions qu'elle avait une Volkswagen Polo grise, était accompagnée d'un passager, que le coffre était déjà plein (tant pis nous prendrions nos bagages sur nos genoux), et qu'elle devait arriver à 14h pour nous amener. A 14h arriva une Polo grise, qui fit le tour de la place et vint s'arrêter devant nous. La conductrice descendit : « Audrey ? », « - oui c'est moi » répondit-elle. Le passager sortit de la voiture et ouvrit le coffre ... qui était effectivement plein d'affaires. Sans nous douter de quoi que ce soit, nous nous apprêtions à embarquer lorsque ma femme demanda pour plaisanter « on va bien à La Rochelle ? ». « Non !, pas du tout, nous allons à Angoulême » ...Après 5 minutes de vérification de mails, de numéros, etc. nous arrivons à la conclusion que ce n'est pas la bonne voiture. Celle-ci est arrivée 2 minutes plus tard, il s'agissait d'une Polo grise conduite par une Audrey, accompagnée d'un passager et dont le coffre était plein, sauf que celle-ci se rendait bien à La Rochelle, notre destination.

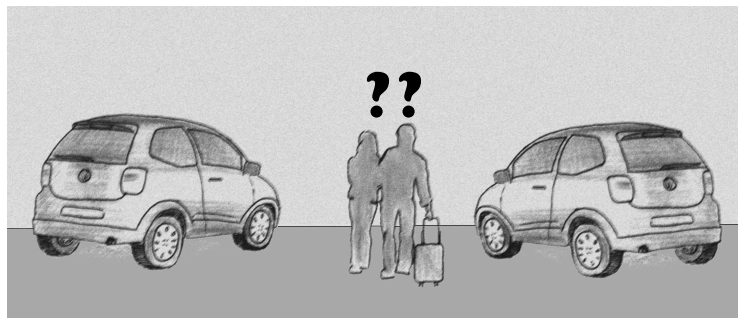


Figure 7.1 : Une telle coïncidence ?!

Pendant tout le voyage nous nous sommes questionnés sur la chance infime que nous avions de tomber sur deux voitures identiques, deux prénoms identiques, deux contextes identiques et aux mêmes heures ... J'avais entendu des histoires comparables, en me demandant s'il s'agissait de véritables situations, mais pour avoir vécu celle-ci j'y ai souvent repensé et elle m'a inspiré ce petit problème :



La question qui vous est alors posée est la suivante :

« Saurez-vous calculer quelle était la probabilité que nous rencontrions ce jour là cette étrange coïncidence ? »



Tout d'abord, formulons correctement le problème :

- ❖ Il vous faut calculer la probabilité qu'une telle situation se produise, autrement dit il vous faut décompter le nombre de variantes existant dans les éléments du contexte : combien de chances a-t-on que les deux voitures soient de la même marque, du même modèle, que les deux conductrices s'appellent pareil, etc...
- ❖ Ensuite il vous faut déterminer quelle relation permettra de calculer la probabilité globale de l'évènement dans son ensemble.
- ❖ Une fois que vous aurez calculé cette probabilité, essayez de déterminer quel nombre d'évènements semblables doivent arriver en un an, par exemple. Discutez également de la manière dont une telle chose, surtout si elle est improbable, sera rapportée par les gens qui la vivent...



Solutions :

Un mauvais calcul...

Tout d'abord il est possible de très mal évaluer le nombre de chances que cette coïncidence avait de se produire en considérant tous les événements réunis comme équiprobables. En effet, il est possible d'évaluer rapidement le fait qu'il existe environ 96 heures de rendez vous possibles dans une journée (tous les quart d'heures pendant 24h), une chance sur deux que la personne soit une fille, environ 200 prénoms de filles communs, à peu près 200 modèles de voitures communément rencontrées sur les routes, une dizaine de couleurs classiques pour les carrosseries, une chance sur trois qu'il y ait un seul passager et une chance sur deux que le coffre soit bien rempli.

Dans ce cas, la probabilité de la coïncidence s'écrira :

$$p = \frac{1}{96} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{200} \times \frac{1}{200} \times \frac{1}{10} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} = 2,17 \cdot 10^{-9}$$

Soit donc une chance sur 460 millions que cela se produise !

Evidemment cette probabilité est très faible, et même soumise à des millions de covoitureurs le résultat reste très peu probable.

La probabilité de chaque évènement

En réalité les différents points de détails de cette histoire font apparaître des probabilités qui ne sont pas réparties uniformément dans le champ des possibles. Par exemple, il existe beaucoup plus de voitures grises que de voitures jaunes, ce qui fait que la probabilité de « tomber » sur une voiture grise est beaucoup plus importante que un sur le nombre de couleurs existantes. Dans ce cas, on dit qu'il n'y a pas « équiprobabilité » ou encore qu'on est confrontés à des « densités de probabilités non uniformes ».

Dans ce cadre, il est nécessaire, pour chaque classe, de se renseigner sur la répartition des possibilités en s'appuyant sur des données statistiques.

- L'heure de rendez vous

Les rendez vous que se donnent les gens dans la vie de tous les jours se font généralement à des heures un peu « pratiques » pour tous les partis (03h34 du matin par exemple est très peu choisir comme heure de rendez-vous). En consultant un site dédié au covoiturage, on s'aperçoit rapidement que les heures de départ sont à peu près toujours les mêmes : 7h, 8h, 11h, 12h, 13h, 14h, 15h, 16h et 17h. En d'autres termes, et même en comptant les demi-

heures autour de ces créneaux là, on totalise environ une vingtaine de créneaux très utilisés. La probabilité d'avoir un rendez vous à 14h est donc certainement environ :

$$p_h \approx \frac{1}{20}$$

- Le modèle de voiture

Le modèle « Volkswagen Polo » ne présente pas non plus la même chance d'être croisé dans une rue qu'une Renault Alpine ou qu'une Corvette de 1974. Comme le secteur de l'automobile est très industrialisé et pèse lourd dans l'économie mondiale, les statistiques d'achat des véhicules sont très faciles à trouver. En se renseignant sur un site qui recense les 100 modèles de voiture les plus vendues de 2010 à 2016 (<http://www.fiches-auto.fr/articles-auto/l-auto-en-chiffres/s-651-voitures-les-plus-vendues-en-france.php>) on apprend que la Volkswagen Polo est 11^{ème} du classement avec un nombre de ventes de 40.000 véhicules sur 1.740.000 en 2016 (les rapports sont à peu près stables dans les 5 dernières années). Ce nombre permet ainsi d'estimer la probabilité de croiser un Polo :

$$p_v \approx \frac{40000}{1740000} \cong 0,023 \cong \frac{1}{43}$$

- La couleur de la voiture

La couleur grise est en réalité très fréquente. Une étude sur les habitudes d'achat de véhicules neufs (<https://news.autoplus.fr/Sondage-Peinture-Couleurs-Voitures-neuves-Blanc-1459918.html>) révèle que 22% des véhicules neufs sont blancs, 20% sont gris et 19% sont noirs. La probabilité correspondante à la couleur grise est donc :

$$p_c = 0,20 = \frac{1}{5}$$

- La conductrice et son prénom

Il y avait environ une chance sur deux pour que la conductrice soit une femme. On tiendra donc compte de la probabilité :

$$p_f = \frac{1}{2}$$

En ce qui concerne le prénom d'Audrey, il est possible de savoir à quel point il est répandu en recherchant les statistiques associées aux choix des prénoms en France, ce qui est assez simple à trouver sur Internet. La page Wikipedia correspondante (https://fr.wikipedia.org/wiki/Liste_des_prénoms_les_plus_donnés_en_France) permet d'apprendre que le prénom Audrey occupe le 37^{ème} rang sur les 100 prénoms féminins les plus donnés en France entre 1940 et 2011. On trouve dans le tableau de données qu'en tout 278.496 personnes ont été nommées Audrey sur un total de 28.664.256 personnes dont les prénoms font partie de la liste. La probabilité de tomber sur quelqu'un qui s'appelait Audrey est donc :

$$p_n = \frac{278496}{28664256} \cong 0,01 = \frac{1}{100}$$

- Les derniers détails

Le fait qu'un passager était déjà présent dans le véhicule semble pouvoir être estimée de façon simple. La conductrice pouvait : être seule, avoir un passager, ou avoir deux passagers. Au-delà, il n'était pas possible qu'elle attende un couple pour compléter son équipage. Il y a donc une chance sur 3 qu'un seul passager ait été présent dans le véhicule. En posant enfin une chance sur deux pour que le coffre (très petit sur ce modèle de voiture) soit déjà plein, on retiendra la probabilité suivante :

$$p_d = \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{6}$$

Il est ainsi de possible de finaliser le calcul en formulant que toutes les probabilités précédentes doivent être multipliées de manière à obtenir la réunion (le ET logique) de tous les évènements cités.

La probabilité de cette coïncidence est donc évaluable en calculant :

$$p_h \times p_v \times p_c \times p_f \times p_n \times p_d \cong \frac{1}{5.160.000}$$

Il y aurait donc environ une chance sur 5 millions qu'une telle coïncidence se produise, mais parallèlement, les statistiques liées au covoiturage annoncent qu'environ 100.000 personnes utilisent le covoiturage tous les jours en France. Donc en moyenne 30.000 chauffeurs conduisent des passagers chaque jour. Au total sur une année, cela représente plus de 10 millions de chauffeurs exposés à notre statistique d'une chance sur 5 millions. Il est donc possible de formuler le fait **qu'environ 2 cas similaires doivent se produire tous les ans**. C'est peu mais il faut tenir compte du fait que la coïncidence étant très frappante, les quelques personnes impliquées vont raconter leur aventure à leurs amis, qui vont eux même transmettre l'information... Il apparaît donc tout à fait « probable » d'entendre ce type d'histoire.

Pour finir, j'avais entendu une anecdote tout à fait comparable : un jeune homme de région parisienne, fatigué par son quotidien et son voisin de palier antipathique part en vacances en Corse, dans un camping isolé. Après un fatiguant voyage il monte sa tente, mange un bout et dort. Le matin, au réveil, il ouvre la paroi de sa tente prêt à profiter du dépaysement. Face à son emplacement une autre tente s'ouvre également et en sort ... son voisin de palier ! J'imagine que la probabilité que cela arrive doit également pouvoir se calculer et donne des résultats comparables.